Gjennomgang av øving 8

Magnus Lie Hetland

20. oktober 2000

SIF8010 Algoritmer og Datastrukturer

Oppgave 1

"I en graf der hver kant har en sannsynlighet p for ikke å feile, finn den tryggeste veien mellom s og t."

- Sannsynlighetene er uavhengige.
- Sannsynligheten for at vei ikke skal feile er produktet av enkelt-sannsynlighetene til kantene i veien.

Vi vil altså finne den veien mellom s og t som minimaliserer produktet av kant-sannsynlighetene.

Tilpasning

Problemet minner om *korteste vei*–problemet. Vi kan enten tilpasse en algoritme til problemet, eller tilpasse problemet til en kjent algoritme. Vi velger det siste.

Vi vil finne en vekt-funksjon som er slik at

- Sum av vekt tilsvarer produkt av sannsynlighet.
- Sannsynlighet 0 gir uendelig stor vekt.
- Sannsynlighet 1 gir vekt 0.
- Ingen vekter er negative.

Vi kan da bruke Dijkstras algoritme.

Vektfunksjon

Vi velger vektfunksjonen

$$w(u,v) = \begin{cases} -\lg r(u,v) & \text{hvis } r(u,v) \neq 0; \\ \infty & \text{ellers.} \end{cases}$$

Oppgave 2

"Hvordan kan resultatet fra Floyd-Warshall–algoritmen brukes til å avgjøre om en graf har en negativ sykel?"

Hvis (og bare hvis) det er en negativ sykel i grafen, vil en node kunne nå seg selv med negativ kostnad.

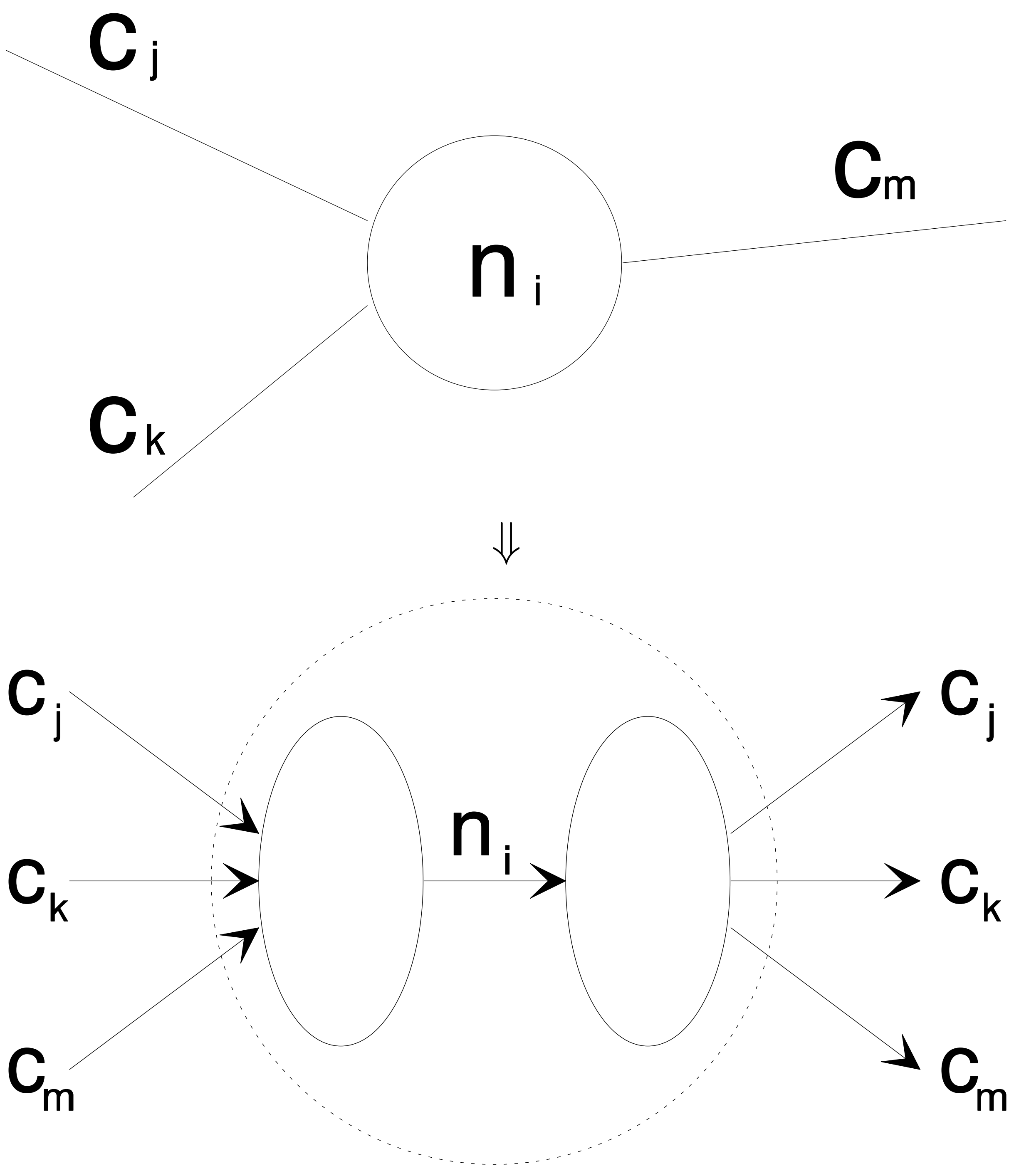
Det er ekvivalent med at vi vil finne et negativt tall på diagonalen i den endelige avstandsmatrisen.

Oppgave 3

"Hvordan kan et urettet flytnettverk der nodene har kapasiteter representeres ved hjelp av et vanlig flytnettverk av sammenlignbar størrelse?"

1. Vi legger en kant "inn i" hver node.

2. Alle kanter dobles – en inn og en ut.


c j
c k
cm
n i
⇓
c j
c k
c m
n i
c j
c k
c m

Et nettverk med $|V|$ noder og $|E|$ kanter vil transformeres til ett med $2|V|$ noder og $|V| + 2|E|$ kanter.

Det nye problemet er av “sammenlignbar størrelse.”

Rømningsproblemet

"I et rutenett med m markerte startnoder, finn m disjunkte stier fra disse til kanten."

Et urettet nettverk der nodene har kapasiteter kan brukes til å løse rømningsproblemet.

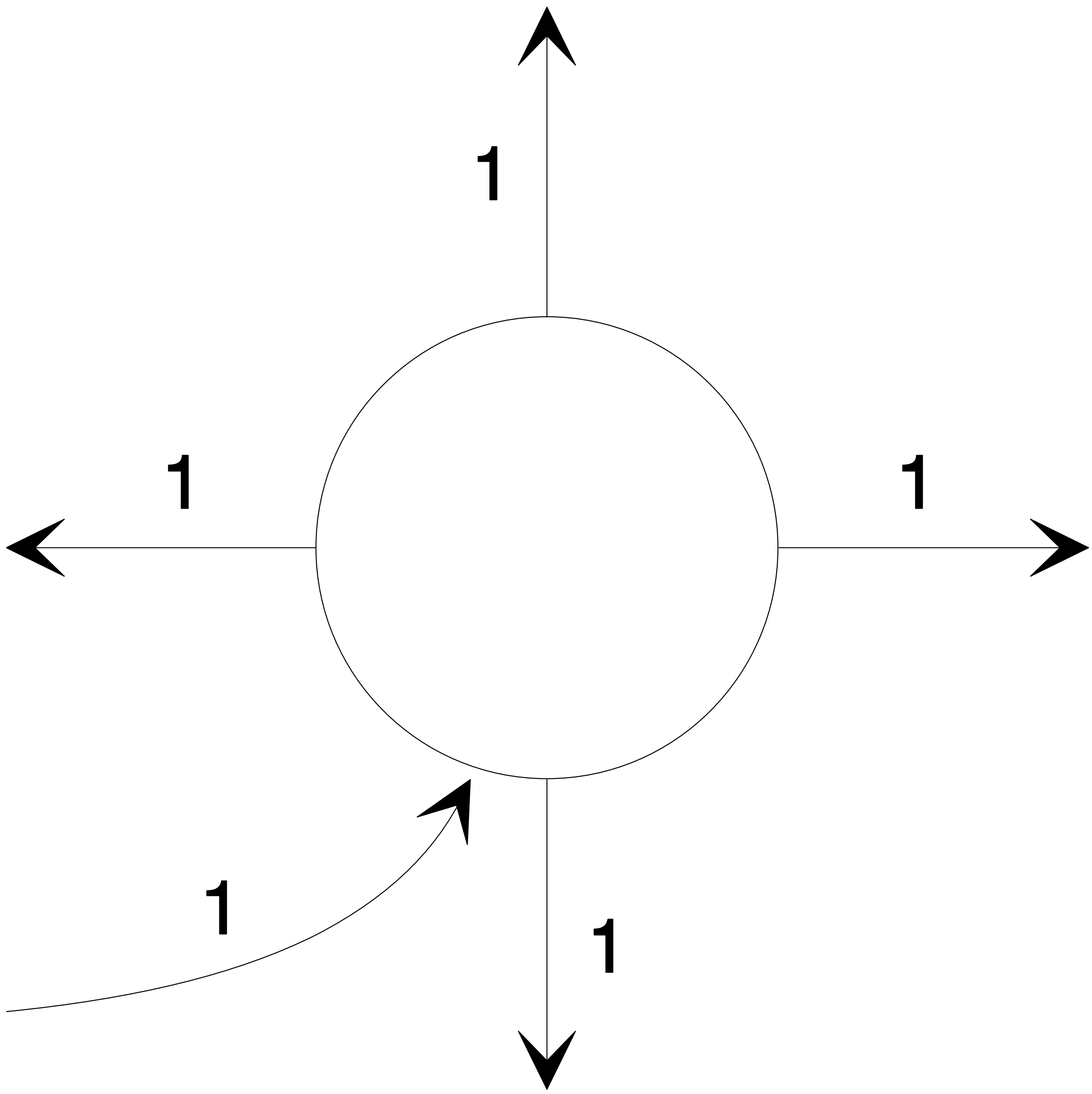
1. Alle noder og kanter har kapasitet 1.

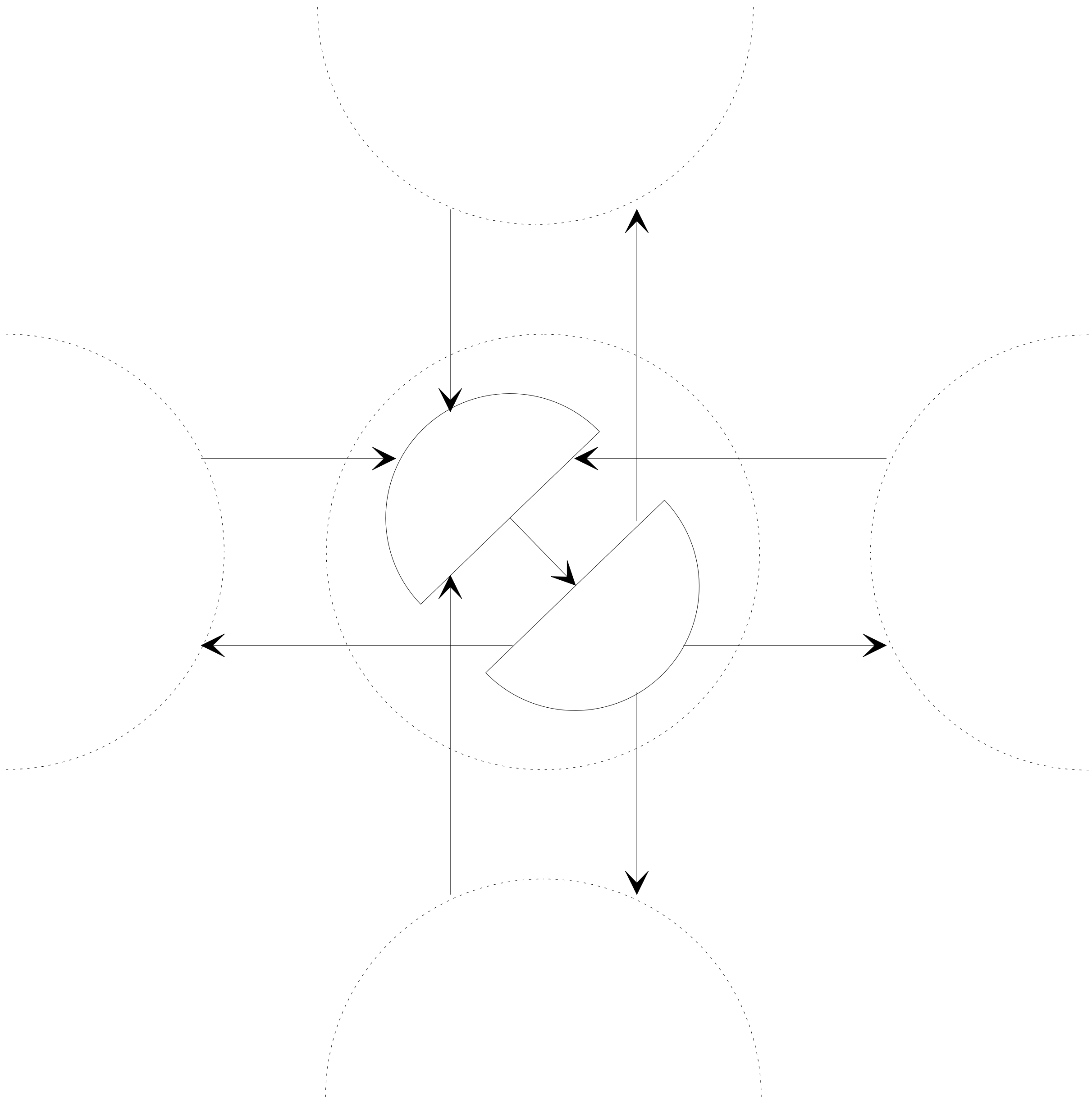
2. Startnodene er tilkoblet en kilde s.

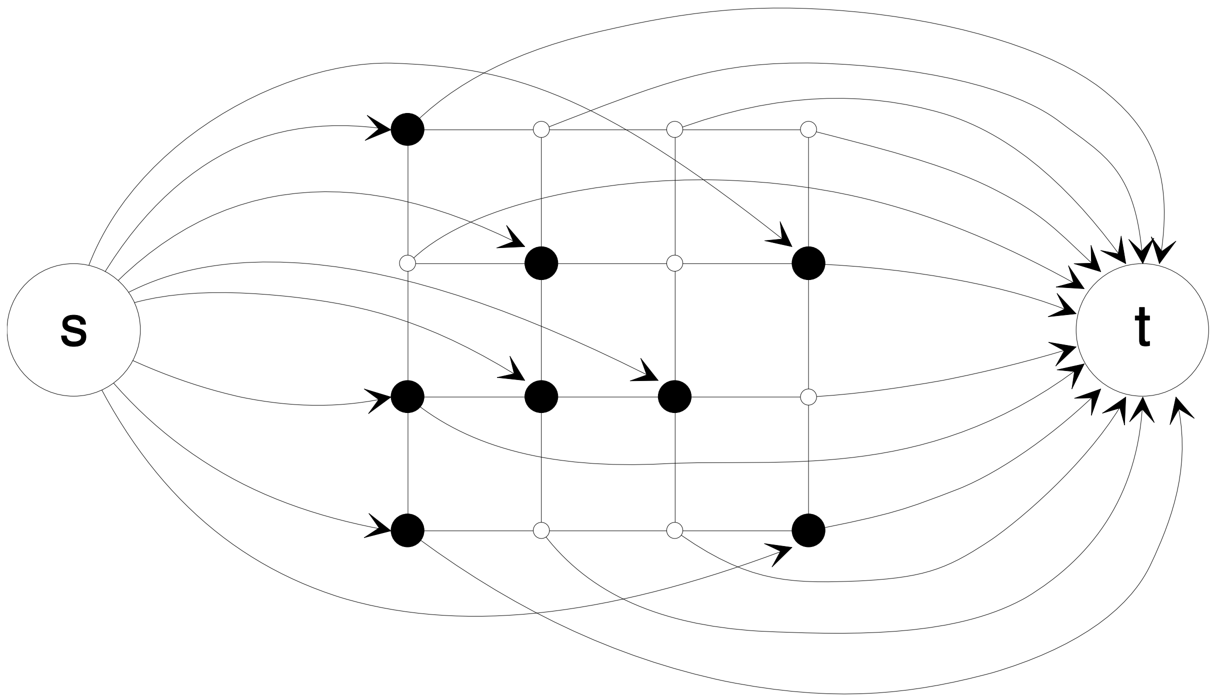
3. Kantnodene er tilkoblet et sluk t.

Etter en maks-flyt–algoritme vil rømningsveiene ha flyt 1, mens alle andre kanter (og noder) vil ha flyt 0.

Den totale flyten blir m.


1
1
1
1
1




s
t

Kjøretid

1. Omforming av noder: $O(V) = O(n^2)$.

2. Flyt (Edmonds-Karp):

$$\begin{aligned} O\big(VE^2\big) &= O\big(2n^2 \cdot (n^2 + 4n^2)^2\big) \\ &= O(n^6) \end{aligned}$$

Total kjøretid blir altså $O(n^6)$.

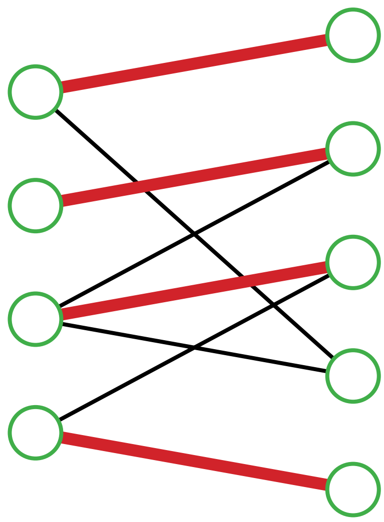
Andre problemer

Flyt-algoritmer kan brukes til mange lignende problemer der man er ute etter en *delgraf* som tilfredsstiller gitte krav.

Eksempel: “Matching” i en bipartitt graf.

En bipartitt graf

En matching



Utvidet graf

Maksimal flyt