Teoriøving 5, oppgave 1

Åsmund Eldhuset

asmunde *at* stud.ntnu.no

www.stud.ntnu.no/~asmunde/algdat/teori5-1.ppt

A: Diverse

- $n^{\log_b c} = c^{\log_b n}$ står i boka
- $2^{n+c} = 2^n \cdot 2^c = \Theta(2^n)$
- $2^{cn} = (2^c)^n \neq \Theta(2^n)$ (med mindre $c = 1$)

Forside
A: Diverse
B: O -, Ω- og Θ-relasjoner
C: Pseudo-polynomialitet
D: Transitivitet
E: Diverse
Spørsmål

B: O-, Ω- og Θ-relasjoner

- $\Theta(g(n)) = \{f(n)$: det finnes positive konstanter c_1, c_2 og n_0 slik at $0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n)$ for alle $n \ge n_0\}$
- $O(g(n)) = \{f(n)$: det finnes positive konstanter c_2 og n_2 slik at $0 \le f(n) \le c_2 g(n)$ for alle $n \ge n_0\}$
- $\Omega(g(n)) = \{f(n)$: det finnes positive konstanter c_1 og n_1 slik at $0 \le c_1 g(n) \le f(n)$ for alle $n \ge n_0\}$
- O: $0 \le \boldsymbol{f(n)} \le \boldsymbol{c_2 g(n)}$

  Θ: $0 \le \boldsymbol{c_1 g(n)} \le \boldsymbol{f(n)} \le \boldsymbol{c_2 g(n)}$

  Ω: $0 \le \boldsymbol{c_1 g(n)} \le \boldsymbol{f(n)}$
- Altså: $f(n) = \Theta(g(n))$ er ekvivalent med

B: O-, Ω- og Θ-relasjoner

- Dersom $f(n) = O(g(n))$, gjelder $0 \le f(n) \le c_2 g(n)$
- Men da kan vi dele på c_2: $0 \le f(n) / c_2 \le g(n)$
- Vi setter $c_1 = 1 / c_2$, og får at $g(n) = \Omega(f(n))$
- Dette fungerer andre veien også, så $f(n) = O(g(n))$ er ekvivalent med $g(n) = \Omega(f(n))$

Forside

A: Diverse

B: O -, Ω- og Θ-relasjoner

:: C: Pseudo-polynomialitet

D: Transitivitet

E: Diverse

Spørsmål

C: Pseudopolynomialitet

- Tallet k er ikke et mål på inputstørrelsen (slik n er), men er selv en del av inputen
- Størrelsen til k kan settes til antall bits som kreves for å representere k: $w = \lg k$
- Problemets inputstørrelse er gitt ved n og w
- Dermed er $\Theta(n\boldsymbol{k}) = \Theta(n \cdot \mathbf{2}^{\lg k}) = \Theta(n \cdot \mathbf{2}^{w})$, som er eksponentielt i inputstørrelsen w
- Merk at $\Theta(n \lg k) = \Theta(nw)$, og at $\Theta((\lg k)^{100}) = \Theta(w^{100})$, så ingen av disse er eksponentielle

D: Transitivitet

- $f(n) = n$, $g(n) = n^2$ er korrekt
- $f(n) = n$, $g(n) = n$
  bryter med $g(n) = \Omega(n^2)$
- $f(n) = n^2$, $g(n) = n$
  bryter med begge deler
- $f(n) = n^3$, $g(n) = n^2$
  bryter med $f(n) = O(g(n))$
- Hovedpoeng: $\Omega(n^2)$ blir ikke "overført" til $f(n)$
  (kommer egentlig dårlig frem; min feil)

E: Diverse

- Alternativ 1 er riktig: $\lg n = O(n^2)$ og $n^2 = \Omega(\lg n)$ sier det samme
- Logaritmer er like raske uansett grunntall, så $\lg n = \Theta(\log_4 n)$, og alternativ 2 er riktig
- Kort forklaring av *o*-notasjon: $o(f(n))$ angir alle funksjoner som vokser *langsommere enn* (men *ikke* like raskt som) $f(n)$, så alternativ 3 er feil

Spørsmål?